注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

答題時間：60 分鐘

答題指引:

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在每一頁的對應位置填寫隊名。
- 本卷試題依照由易至難的順序安排，共有 10 頁，每頁一題，每題 40 分。第 2、4、6、8、10 題必須詳細寫出計算或證明過程，根據答題情況給分，如果空白處不夠填寫，可將答案寫在試題紙的背面；第 1、3、5、7、9 題只需填寫答案。
- 四名隊員先用 10 分鐘討論前八題，確定每題答題的隊員，每位隊員至少要解答一題。然後用 35 分鐘，各自作答，不可再交換題目或討論。最後的 15 分鐘，四名隊員可一起討論最後兩題並合作解題。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	總分	評審簽名
分數												
分數												

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿

1. 已知

$$S_1=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$$

$$S_2=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{2\times5}+\frac{1}{2\times6}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{3\times6}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{5\times6}$$

$$S_3=\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times5}+\frac{1}{2\times3\times6}+\frac{1}{2\times4\times5}+\frac{1}{2\times4\times6}+\frac{1}{2\times5\times6}+\frac{1}{3\times4\times5}+\frac{1}{3\times4\times6}+\frac{1}{3\times5\times6}+\frac{1}{4\times5\times6}$$

$$S_4=\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\frac{1}{2\times3\times4\times6}+\frac{1}{2\times3\times5\times6}+\frac{1}{2\times4\times5\times6}+\frac{1}{3\times4\times5\times6}$$

$$S_5=\frac{1}{2\times3\times4\times5\times6}$$

設 $S_1-S_2+S_3-S_4+S_5=\frac{m}{n}$，其中 m 與 n 為互質的正整數。請問 $m+n$ 的值為多少？

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿

2. 若 p、q、r 與 s 為互不相同的質數，滿足 $p+q+r+s$ 也是質數，且 p^2+qr 與 p^2+qs 都是完全平方數，請問 $p+q+r+s$ 的值為多少？

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：_____ 得分：_____

3. 整數 n 使得 $9n^2+23n-2$ 可以表示為兩個相鄰的正偶數的乘積，請問所有這樣的整數 n 之和為多少？

答：_____

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

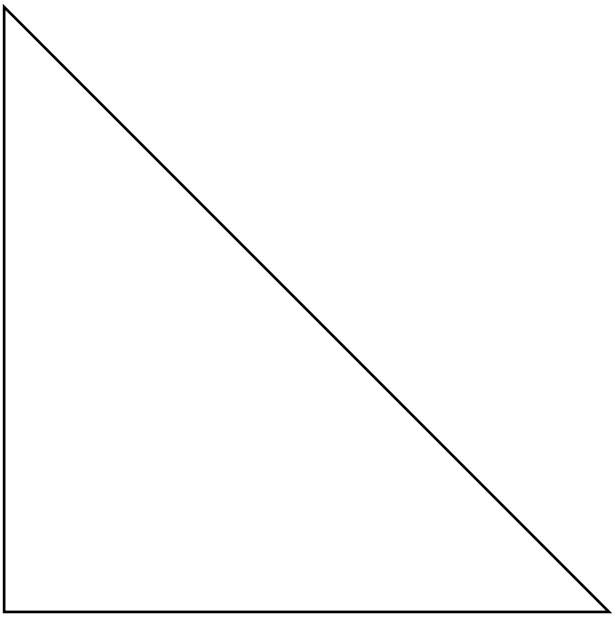
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：_____ 得分：_____

4. 請把一個直角等腰三角形紙板分割成最少的塊數，使得分割得到的這些紙板可以重新無縫隙、無重疊地组合成兩個大小不同的直角等腰三角形。



答：_____

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

5. 若正整數 a、b 與 c 滿足 $2b+1$ 能被 a 整除，$2c+1$ 能被 b 整除，$2a+1$ 能被 c 整除，請問 $a+b+c$ 的最大值為多少？

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿

6. 若正整數 n 小於 100 且恰有 4 個正因數，並滿足其中兩個因數之和減去另外兩個因數之和所得的差為一個完全平方數，請求出所有這樣的正整數 n。

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

7. 某家韓國餐廳有魚湯、牛肉湯與人參雞湯這三種湯供應，但每天只供應其中一種湯，並且人參雞湯不能連續三天或三天以上供應。請問 7 天的菜單中共有多少種不同的樣式？

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿種

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

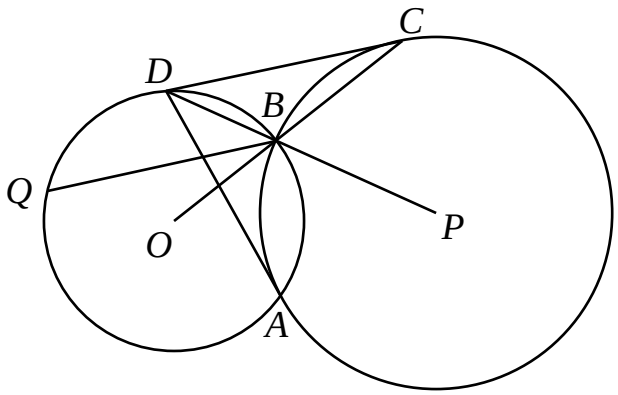
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

8. 圓心分別為點 O 與點 P 的兩個圓相交於A與B兩點。OB的延長線交第二個圓於點C，PB的延長線交第一個圓於點D。過點 B 且與 CD 平行的直線交第一個圓於點 Q（$Q \neq B$）。證明：$AD = BQ$。



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

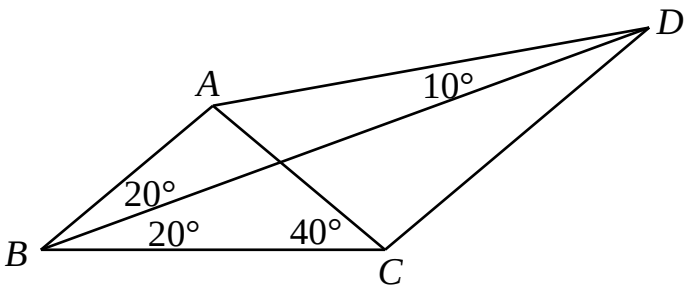
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

9. 在四邊形 $ABCD$ 中，$\angle BDA = 10°$，$\angle ABD = \angle DBC = 20°$ 與 $\angle BCA = 40°$。請問 $\angle BDC$ 為多少度？



°

答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

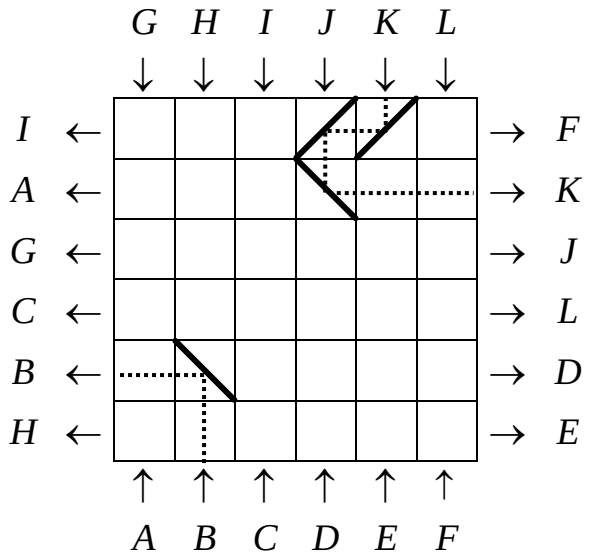
青少年數學國際城市邀請賽

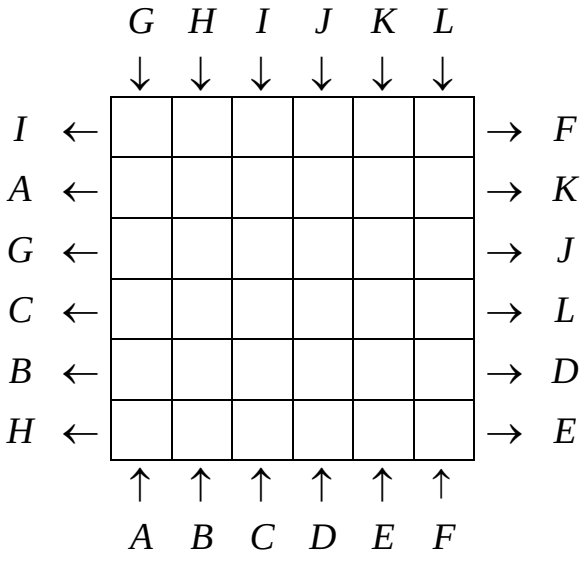
隊際賽試題

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

隊名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿＿＿＿＿

10. 下圖是一個 6×6 的方盒子，編號從A到L的小球沿著盒子的行入射，然後沿著盒子的列彈出。每個小球的入射點與彈出點已用各自的編號標出。反彈板可以沿著盒子的任一小方格的其中一條對角線擺放，圖中給出了 4 條反彈板的範例。當小球碰到反彈板，它將從垂直的方向反彈出去。您必須保證每個小球按指定的位置彈出盒子，如圖中的小球 B 與 K。您必須刪除圖中作為範例的 4 條反彈板，然後在另外的方格中放入 10 條反彈板。您不能在圖中範例的位置放任何反彈板。





答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿